# Задача A. Раскраска

Автор задачи: Савинов Сергей

Разбор подготовили: Савинов Сергей, Тропин Даниил

Первый AC: Ярослав Чиж +1 (0:44)

Общее количество AC: 37

# А. Раскраска

- Формула Эйлера (для несвязного графа):

$$В + Г - Р = К + 1$$

где В – количество вершин (константа в нашей задаче), Г – количество граней (требуемое число фигур), Р – количество ребер, К – количество компонент связности.

$$Г = -В + Р + К + 1$$

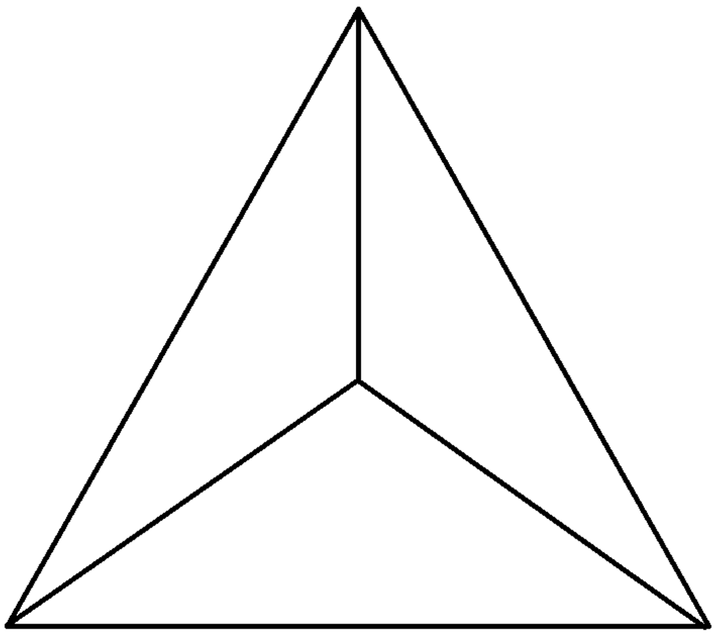
***Необходимо максимизировать количество ребер и компонент связности.***

# А. Раскраска (продолжение)

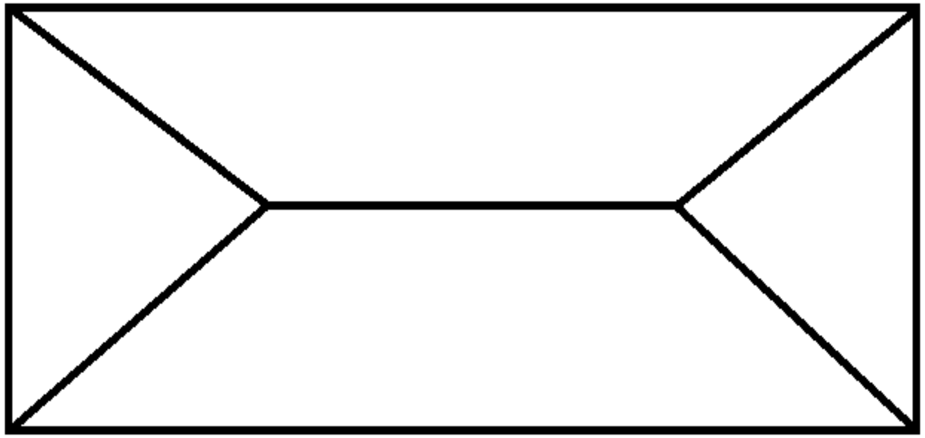
- Чтобы максимизировать число компонент связности, используем наименьшее возможное количество вершин в каждой.
- Для того, чтобы максимизировать количество ребер, добьемся полной «занятости» вершин. Т.к. максимальная степень вершины 3, то число вершин в компоненте связности должно быть четно.

$$\text{Р} = \frac{3 \cdot \text{В}}{2}$$

# А. Раскраска (продолжение)



N = 4



N = 6

# А. Раскраска (продолжение)

- Жадно заполняем «4»-ми результирующий граф.
- При 6 оставшихся вершинах вставляем «6»-ку.
- В случае 3 оставшихся вершин, не ленимся рисовать треугольник.
- Не забываем обработать тривиальные остатки: 1, 2.
- Асимптотика O(N)

# Задача B. Опционы

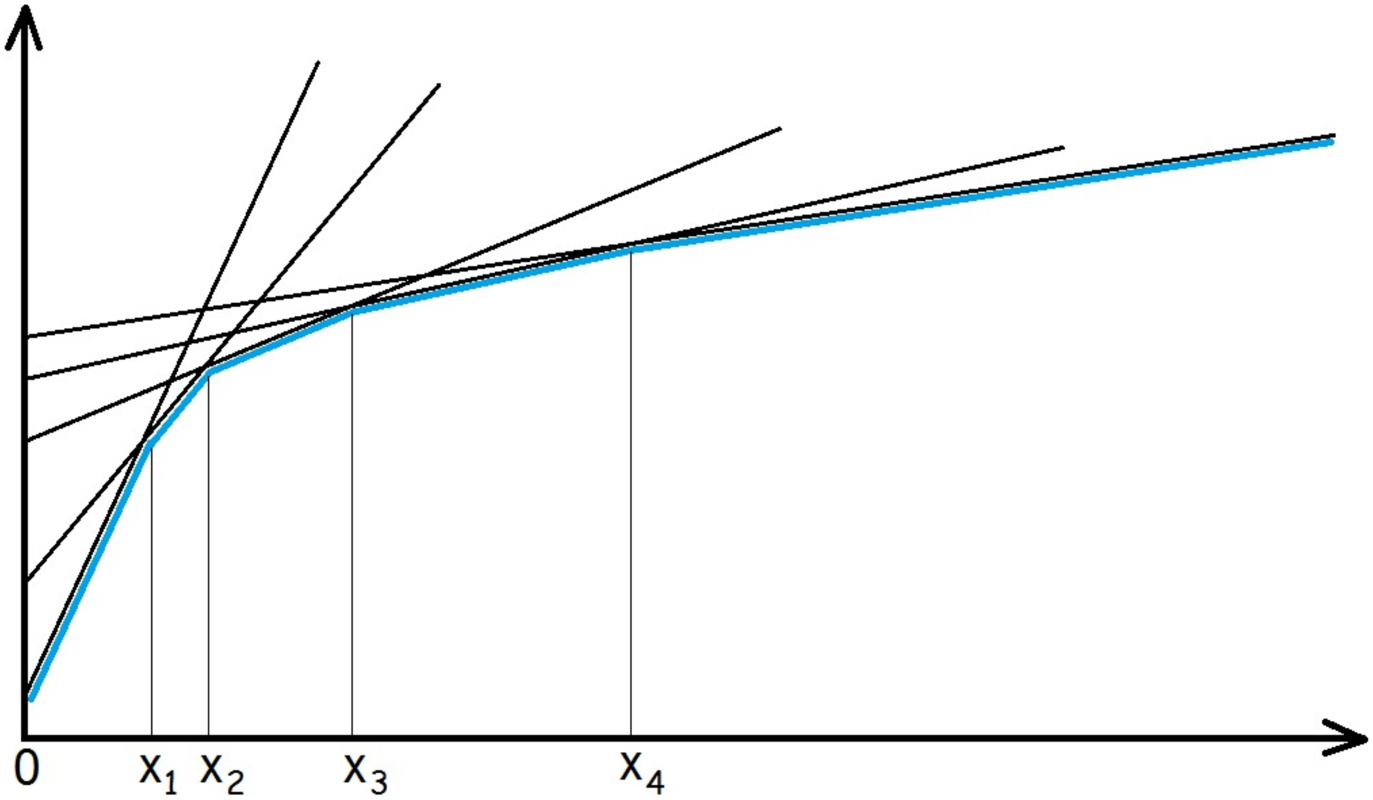
Автор задачи : Мамай Игорь

Разбор подготовил: Мамай Игорь

Первый AC: Станислав Наумов +4 (1:39)

Общее количество AC: 4

# В. Опционы



# B. Опционы (продолжение)

1. Поддерживаем выпуклую оболочку, порожденную прямыми.
2. Так как прямые отсортированы «плохо», то при добавлении новой прямой нужно вынуть пять последних прямых из оболочки и добавить их вместе с новой прямой в порядке убывания.
3. При ответе на запрос нужно бинарным поиском найти необходимый отрезок и дать ответ за O(1).

Асимптотика алгоритма O(n log(n)).

# Задача C. Странная функция

Автор задачи : Мамай Игорь

Разбор подготовил: Мамай Игорь

Первый AC: Роман Коробков + (0:03)

Общее количество AC: 125

# C. Странная функция

1. Нужно понять, что F(a, b) = a + b.
2. Ответ на задачу дается формулой:

$$\frac{1}{2}(a + b)(b - a + 1)$$

Асимптотика алгоритма O(1).

# Задача D. Доменная печь 2

Автор задачи: Булатов Константин

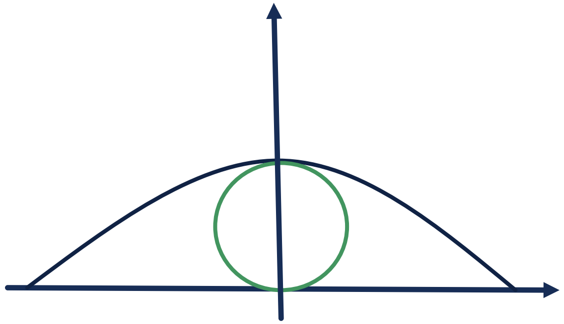
Разбор подготовил: Кодосов Никита

Первый AC: Михаил Путилин + (0:50)

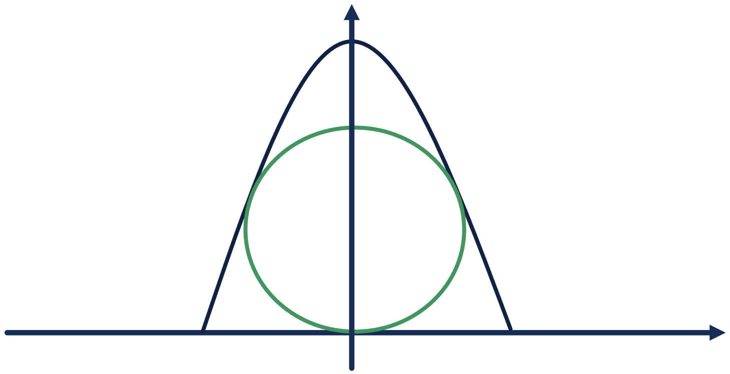
Общее количество AC: 71

# D. Доменная печь 2

1. При $T \geq H$ ответ $\frac{H}{2}$.



2. Если $T < H$, то нужно выписать уравнения из условий касания окружности и параболы. Из уравнений выводится формула для радиуса $R = T - \frac{T^2}{2 \cdot H}$



# Задача E. Стража

Автор задачи : Булатов Константин

Разбор подготовили: Булатов Константин, Мамай Игорь

Первый AC: Михаил Путилин +2 (2:10)

Общее количество AC: 1

# E. Стража

1. Если треугольник вырожден, то для $n \le 2$ ответ 1, а для $n \ge 3$ ответ 0.
2. Для всех невырожденных треугольников ответ одинаковый.
3. Можно применить метод Монте-Карло: достаточное количество раз независимо генерируем n равномерно распределенных внутри треугольника точек, проверяем их расположение на выпуклость. Как только процесс стабилизировался запоминаем ответ.

## Е. Стража (продолжение)

4. Генерировать случайную точку удобно для треугольника с координатами (0,0), (1,0), (0,1). Генерируем независимо две координаты $x \in [0,1]$ и $y \in [0,1]$ и проверяем, лежит ли точка (x, y) в треугольнике ($x + y \leq 1$). Если точка в треугольнике не лежит, то мы ее пропускаем.
5. Эта задача носит название «***Задача Сильвестра для треугольника***», для нее существует точная формула:

$$P(n) = \frac{2^n \cdot (3n-3)!}{[(n-1)!]^3 \cdot (2n)!}$$

# Задача F. График совещаний

Автор задачи : Мамай Игорь

Разбор подготовил: Мамай Игорь

Первый АС: Денис Солонков +2 (1:26)

Общее количество АС: 8

# F. График совещаний

1. Вычислим самые выгодные варианты сдвигов для всех возможных значений a, b, c, d и пяти возможных вариантов количества опечаток в день.
2. Будем заполнять динамику dp[i][j], где i – количество дней, j – количество опечаток, а dp[i][j] – минимальная сумма длин совещаний $1 \le i \le n$, $0 \le j \le 4n$.
3. Чтобы восстановить расписание делаем обратный проход. Для этого дополнительно в состояниях динамики нужно хранить информацию откуда пришли в это состояние.

# Задача G. Игра Васи

Автор задачи: Булатов Константин

Разбор подготовил: Тропин Даниил

Первый AC: Баян Сайдолда + (0:10)

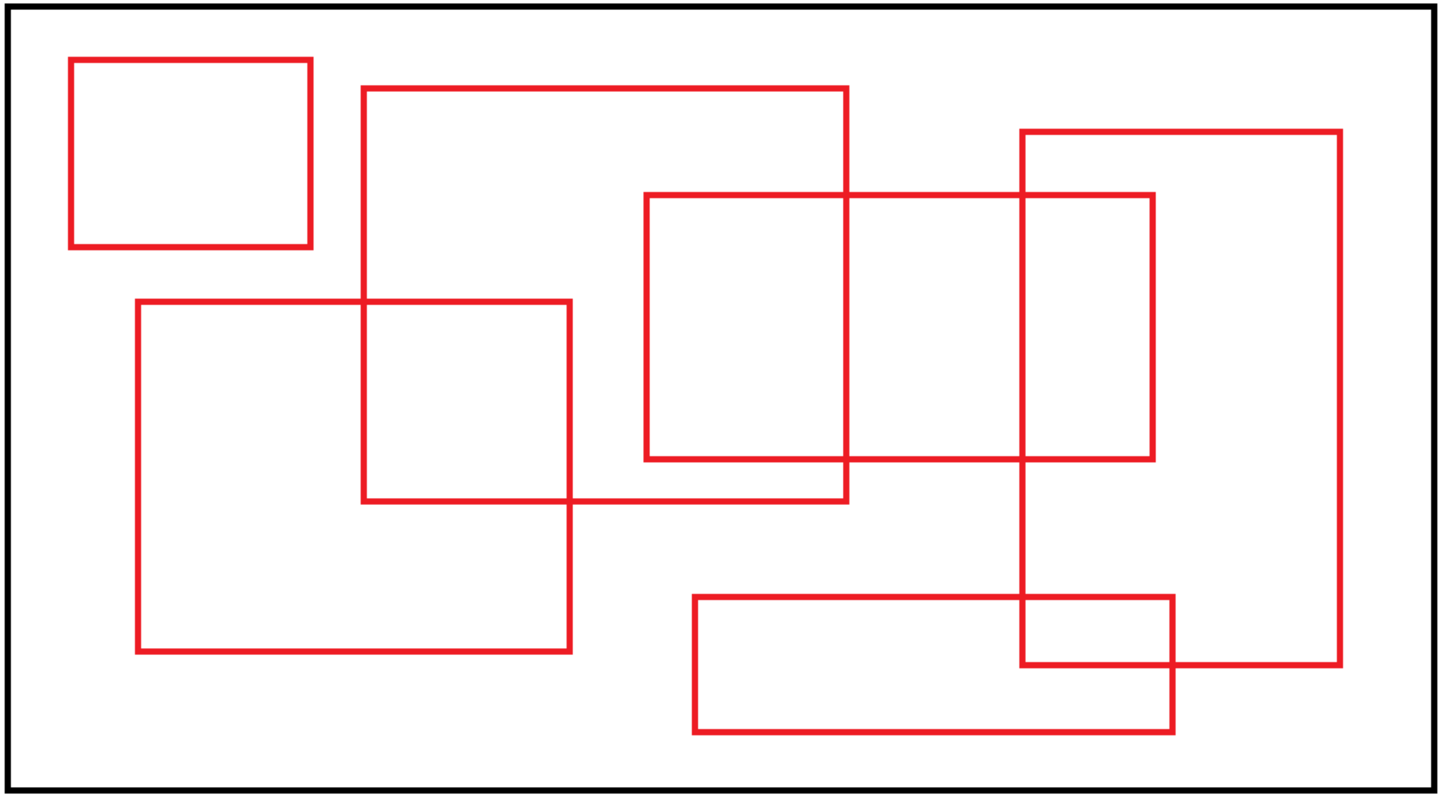
Общее количество AC: 120

# G. Игра Васи

- Решение проходит в «оффлайн»-е.
- Полезно подумать о двумерных частичных суммах.
- Сложность $O(NM + Q)$

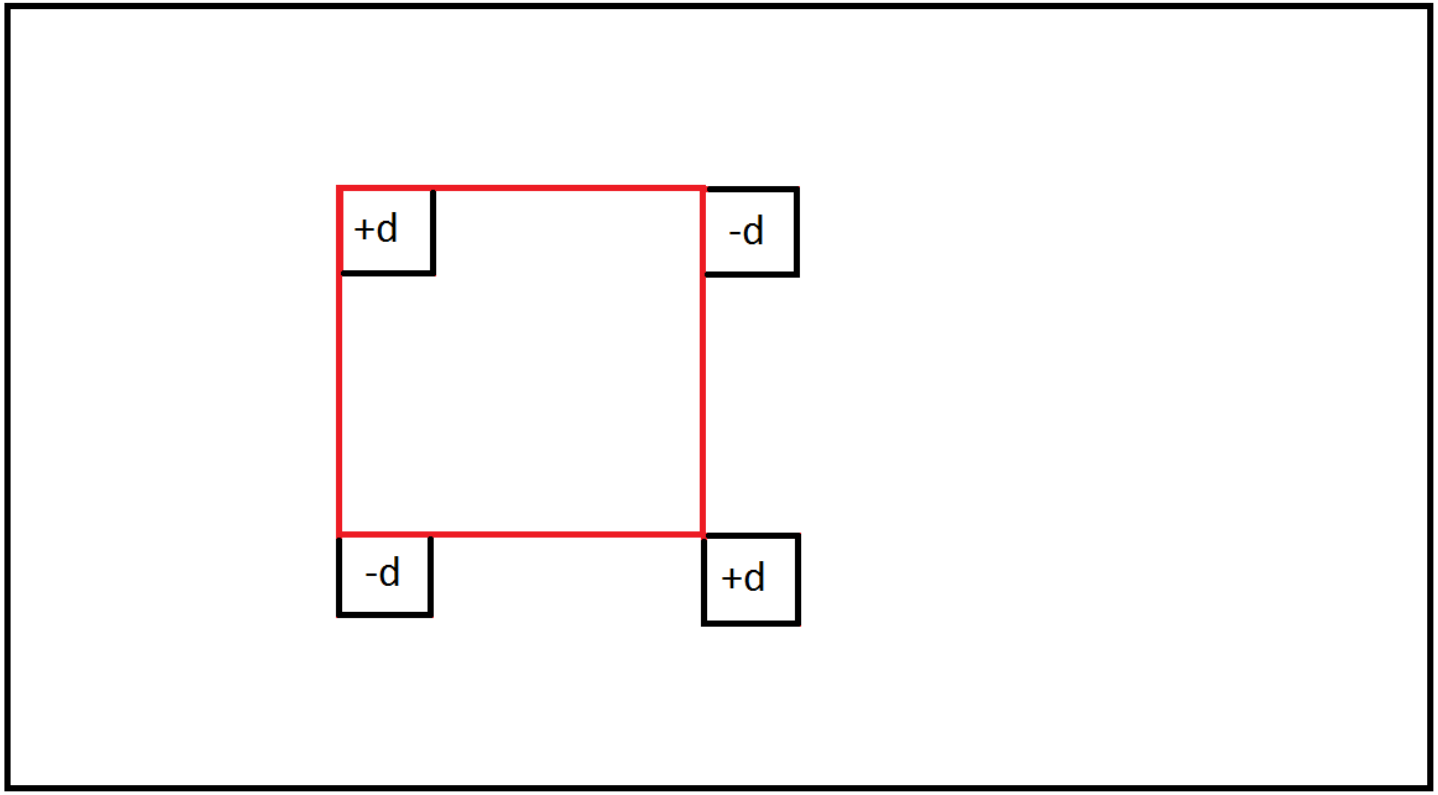
# G. Игра Васи (продолжение)

- Как обработать все запросы?



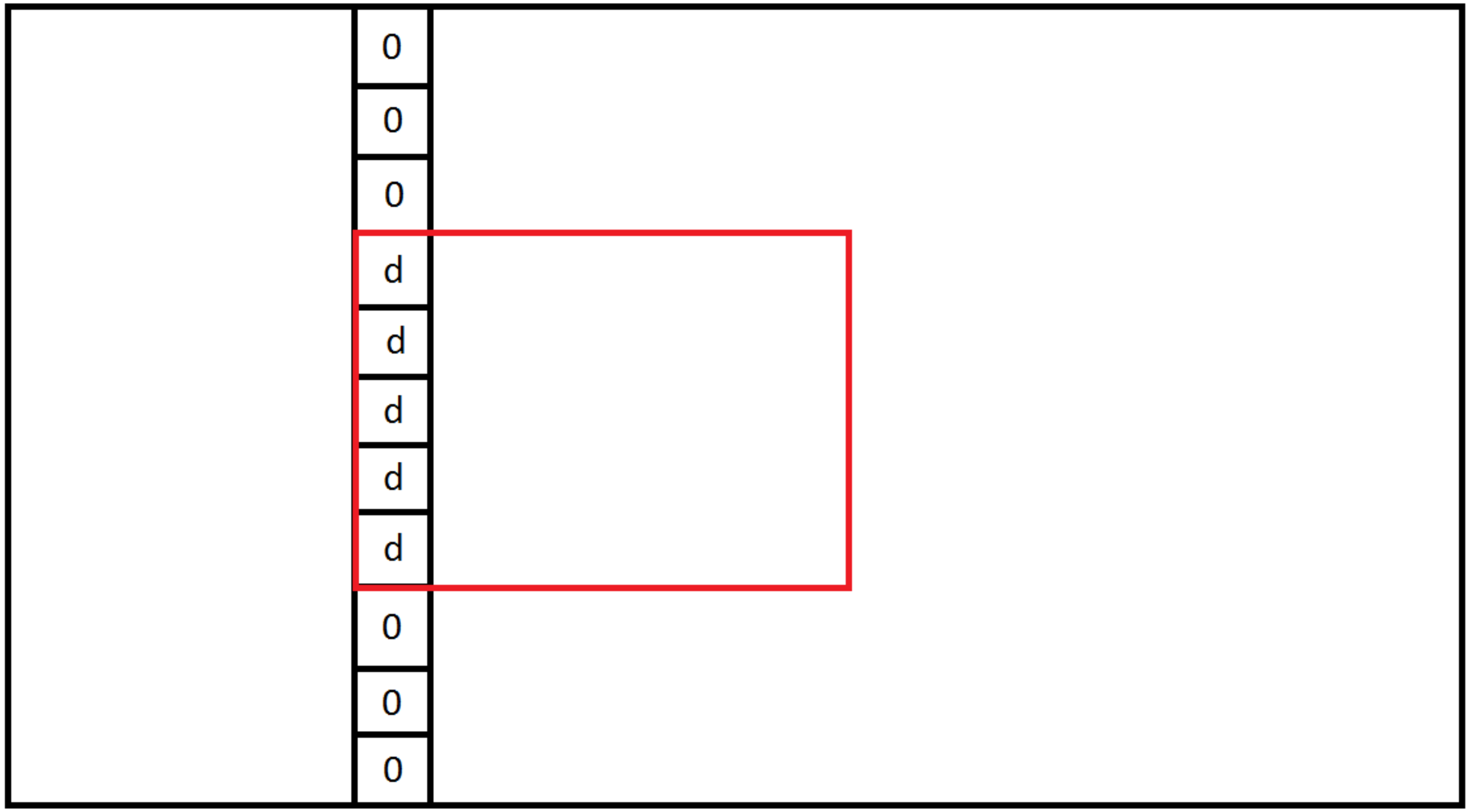
# G. Игра Васи (продолжение)

- Обработка запроса сводиться к изменению 4 элементов матрицы



# G. Игра Васи (продолжение)

- Формирование профиля.
- Проходом по всей таблице считаем ответ.



# Задача H. LED-Цифры

Автор задачи: Булатов Константин

Разбор подготовил: Кодосов Никита

Первый AC: Назарбек Алтыбай +4 (1:05)

Общее количество AC: 27

# H. LED-Цифры

1. Научимся считать ответ F(N) на отрезке [0,N]
2. Разбиваем на две подзадачи:
   a) Для горизонтальных (обязательно) и вертикальных (возможно)
   b) Только для вертикальных

# H. LED-Цифры (продолжение)

a) Сюда подойдут цифры $1, 3, 8$ и $0,$ которые отражаются горизонтально. В ответ попадут и числа, состоящие только из $8$ и $0,$ которые отражаются вертикально. Перебираем длину числа $l$:

I. Если длина меньше N, то в ответ добавляем $3 \cdot 4^{l-1}$

II. Иначе, генерируем число последовательно от наибольшего разряда. Если на текущей итерации мы взяли меньшую цифру, чем в соответствующем разряде, то добавляем в ответ $4^{i}$, в противном случае при равенстве продвигаемся дальше.

# H. LED-Цифры (продолжение)

b) Здесь подходят цифры $2, 5, 0$ и $8$. Так как первая половина числа однозначно определяет вторую, то эту часть можно решить перебором за O($4^{l/2}$), где $l$ – длина числа. Не забываем отсекать варианты без двоек или пятерок, а также проверяем варианты с нечетной длиной (ставить в центр можем только $0$ и $8$).

## H. LED-Цифры (продолжение)

3. Ответом на задачу будет $F(B) - F(A - 1)$

# Задача I. Недели искусства

Автор задачи: Мамай Игорь

Разбор подготовил: Кодосов Никита

Первый AC: Айдарбек Хусаинов + (0:01)

Общее количество AC: 126

# I. Раскраска

1. Перебираем значения y от 1 до $10^6$.
2. Если число $(n - y^3)$ является квадратом натурального числа, увеличиваем счетчик на единицу.

Асимптотика алгоритма O($\sqrt[3]{n}$ )

# Задача J. Игра Пети

Автор задачи: Булатов Константин

Разбор подготовил: Тропин Даниил

Первый AC: Станислав Наумов + (0:16)

Общее количество AC: 98

# J. Игра Пети

- Наблюдение #1: задача подозрительно похожа на G.
- Наблюдение #2: задача усложнилась большей размерностью M (до $10^9$)
- Наблюдение #3: в задаче меньшее количество запросов Q (до $10^4$).

# J. Игра Пети (продолжение)

- Решение: Сжатие координат + Повторение задачи G.
- Для сжатия потребуется сортировка запросов по их координатам.
- Сложность задачи $O(NQ + Q\log_2 Q)$